FORMULAIRE D'ALGEBRE

Ces règles simples doivent rentrer dans les réflexes. Les connaître ne suffit pas, il faut pouvoir les employer instinctivement, rapidement, sans faute d'inattention, donc sans avoir besoin d'une concentration extrême.

Ce résultat ne peut s'obtenir que par l'entraînement régulier.

FORMULAIRE

C'est l'inventaire de toutes les règles de calcul qu'un élève doit connaître à la fin de la Seconde, chacune d'entre elles étant repérée par un code (R1, S2...) que l'on retrouvera dans le corrigé. En effet, chaque étape d'un calcul doit pouvoir être justifiée par l'emploi d'une règle.

a, *b*, *c* et *d* sont des nombres réels quelconques, non nuls quand ils apparaissent au dénominateur.
n et *p* sont des nombres entiers relatifs quelconques.

Quotients

(Q1) $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ **(Q2)** $a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$ **(Q3)** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

(Q4) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ **(Q5)** $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ **(Q6)** $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

(Q7) $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ (L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$)

Racines carrées

(R1) $\sqrt{a^2} = |a|$ **(R3)** Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(R2) Si $a \geq 0$: $a = \left(\sqrt{a}\right)^2$ **(R4)** Si $a \geq 0$ et $b > 0$: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Puissances

a et *b* sont deux réels non nuls :

(P1) $a^0 = 1$ **(P2)** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (en particulier $a^{-1} = \frac{1}{a}$)

(P3) $a^1 = a$ **(P4)** $a^n \times a^p = a^{n+p}$ **(P5)** $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

(P6) $\left(a^n\right)^p = a^{np}$ **(P7)** $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ **(P8)** $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Opposés

(O1) $-(-a)=a$ **(O2)** $-ab=(-a)b=a(-b)$ **(O3)** $-(a+b)=-a-b$

(O4) $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$ **(O5)** $-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}$ **(O6)** $(-a)(-b)=ab$

Développements et factorisations

(D1) $a(b+c)=ab+ac$ **(D2)** $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(D3) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ **(D4)** $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(D5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ (D6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

Egalités

(E1) $a=b \Leftrightarrow a+c=b+c$ (E5) $a^2=b^2 \Leftrightarrow a=\pm b$

(E2) Si $c\neq 0$, $a=b \Leftrightarrow ac=bc$

(E3) Si $a\geq 0$ et $a=\sqrt{b}$, alors $b=a^2$
(Si $a\leq 0$, $a=\sqrt{b}$ est impossible car par définition, $\sqrt{x}\geq 0\,\forall x$)

(E4) Si $a\geq 0$, $b^2=a \Leftrightarrow b=-\sqrt{a}$ ou $b=\sqrt{a}$
(Si $a<0$, $b^2=a$ est impossible dans $\mathbb{R}$.)

Signes et rangements

(S1) $a<b \Rightarrow a+c<b+c$ **(S2)** $a<b$ et $c>0 \Rightarrow ac<bc$

(S3) $a<b$ et $c<0 \Rightarrow ac>bc$ **(S4)** $0<a<b \Rightarrow 0<a^2<b^2$

(S5) $0<a<b \Rightarrow 0<\sqrt{a}<\sqrt{b}$ **(S6)** $0<a<b \Rightarrow 0<\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

(S7) $a<b<0 \Rightarrow 0<b^2<a^2$ **(S8)** $a<b<0 \Rightarrow \frac{1}{b}<\frac{1}{a}<0$

Signe d'une expression affine ax+b

(S9) **Cas a>0**

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		-	0	+	

(S10) **Cas a<0**

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		+	0	-	

Vecteurs

(V1) Relation de Chasles : A, B et C étant trois points quelconques du plan :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

(V2) $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$ **(V3)** $a(\vec{u}+\vec{v})=a\vec{u}+a\vec{v}$

(V4) $(a+b)\vec{u}=a\vec{u}+b\vec{u}$ **(V5)** $a(b\vec{u})=(ab)\vec{u}$

(V6) $\vec{u}=\vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}+\vec{w}=\vec{v}+\vec{w}$

(V7) Si $a\neq 0$, $\vec{u}=\vec{v} \Leftrightarrow a\vec{u}=a\vec{v}$

CONVENTION D'ECRITURE DES RESULTATS

On conviendra que tout résultat numérique doit satisfaire aux conditions suivantes :

- Chaque fraction doit être mise sous forme irréductible.
- Dans l'écriture de $\sqrt{a}$, a est un entier, le plus petit possible.
- On ne laisse [illegible]as de racine carrée au dénominateur d'un quotient.