1°ES

Mathématiques
Devoir de rentrée

Pour lundi 10 septembre 2018

Calculatrice autorisée

Chères futures élèves, Chers futurs élèves,

Ce devoir de rentrée a pour objectif de vous permettre de revoir les points clés du programme de 2^{nde}.
Toutes ces notions seront intégrées au DS de Première de mi-septembre.
Les notions de 2^{nde}, mal assimilées, sont à revoir davantage.

Ce travail sera noté en fonction de la rigueur avec laquelle vous aurez suivi la méthode demandée. Il est à rendre le jour de la rentrée, le lundi 10 septembre 2018.
Je vous conseille de traiter ces exercices dans les 15 jours qui précèdent votre retraite, c'est-à-dire à partir du 20 août, si cela vous est possible.

Voici **la méthode de travail :**

1. Avoir son cours de 2^{nde} avec soi et s'y replonger si besoin,
2. Relire les fiches ou résumés de cours,
3. Relire le formulaire de calcul algébrique et le formulaire de trigonométrie,
4. Lire et appliquer les consignes de rédaction,
5. Traiter les exercices du devoir, un par un, sur copie double SANS utiliser le corrigé,
6. Corriger avec soin les exercices : les traces de correction doivent apparaître OBLIGATOIREMENT,
7. Refaire les exercices qui vous ont semblé difficiles.

En cas de besoin, nos adresses électroniques : valerie@couraud.fr et lebihan.famille@gmail.com

Nous vous souhaitons de belles vacances.

Valérie Couraud et Isabelle Le Bihan

1°ES **Mathématiques** Pour lundi 10 septembre 2018

Devoir de rentrée Calculatrice autorisée

I Calcul algébrique

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1) $2x - 3(x + 1) = \dfrac{1 - 3x}{2}$

2) $\dfrac{x + 3}{2} - \dfrac{4x - 3}{3} = 1 - \dfrac{7x - 12}{6}$

3) $(2x + 3)(x + 5) - (2x - 7)(x - 1) = 0$

4) $\dfrac{2x - 3}{4} + \dfrac{x - 1}{6} = \dfrac{2x - 5}{3}$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

On factorisera si nécessaire.

1) $5x^2 = 7x$

2) $(3x - 4)(x - 2) - (6x - 8)(x - 3) = 0$

3) $(2x - 5)^2 = 49$

4) $4(2x - 5)^2 - (3x - 2)^2 = 0$

5) $49x^2 - 28x + 4 = 0$

Exercice 3

Résoudre les équations rationnelles suivantes :

On n'oubliera pas l'ensemble de définition.

1) $\dfrac{3}{5x + 1} = \dfrac{5}{2}$

2) $\dfrac{2x - 7}{2x - 3} - 1 = \dfrac{2}{x - 1}$

3) $\dfrac{1}{(x + 1)(x + 2)} + \dfrac{1}{(x + 2)(x + 3)} = 0$

Exercice 4

Résoudre les inéquations suivantes :

On donnera la solution sous forme d'intervalle.

1) $2(3x - 1) < 7(x - 2)$

2) $3x - 1 < x(x + 3)$

3) $(2 - x)(3x + 7) \geqslant 4 - x^2$

4) $\dfrac{3}{1 - 3x} \geqslant \dfrac{2}{1 - 2x}$

5) $\dfrac{2x + 5}{1 + 2x} < \dfrac{1 - 2x}{5 - 2x}$

Mathématiques
Devoir de rentrée

Pour lundi 10 septembre 2018

Calculatrice autorisée

II Etudes de fonctions

Exercice 1

On considère la fonction f , définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = 2x^2 + 16x + 14$

1. Déterminez la forme canonique de f
2. En déduire que f admet un minimum.
3. Factoriser $f(x)$ à l'aide d'une identité remarquable.
4. Résoudre les équations suivantes, en utilisant la forme de $f(x)$ la plus adaptée :

$$f(x) = 0 \qquad f(x) = 14 \qquad f(x) = -20$$

5. Interpréter graphiquement les solutions de $f(x) = 0$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$

1. Montrer que $f(x) = -2(x-1)^2 + 13$, pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Déterminer les variations de f, puis donner son tableau de variations.
3. Montrer que si $x \in [1\,;\,3]$ alors $f(x) \in [5\,;\,13]$.
4. La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x-5}{x-3}$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Démontrer que, dans cet ensemble, $f(x) = 2 + \dfrac{1}{x-3}$.
3. Déterminer les variations de f sur $]3;+\infty[$:
   (a) en utilisant la définition
   (b) par encadrements successifs.

Exercice 4

On considère une fonction f dont le tableau des variations est le suivant :

x	-7	-5	-1	0	1	2	5	7
f	2					5		2
		0		-1	0			
			-3				1	

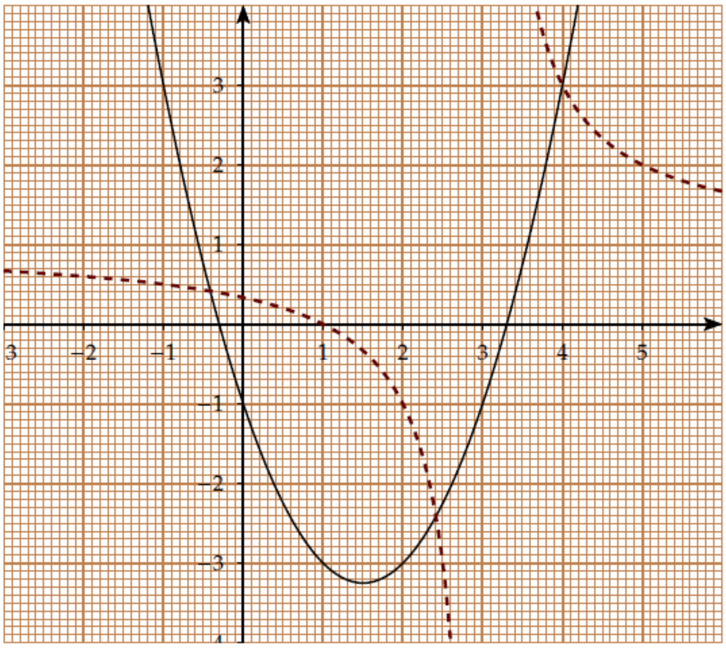
1. Comparer en justifiant :
   $f(-6)$ et $f(0.5)$ $\qquad$ $f(3)$ et $f(4)$ $\qquad$ $f(-5.5)$ et $f(1.5)$ $\qquad$ $f(-5)$ et $f(5)$.
2. Donner un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [-5\,;\,5]$.
3. Tracer la représentation graphique d'une fonction vérifiant le tableau de variation précédent.

Exercice 5

Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}\backslash\{3\}$ respectivement par

$$f(x) = x^2 - 3x - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$$

dont on note $\mathcal{P}$ et $\mathcal{H}$ les représentations graphiques respectives. On donne ci-dessous les représentations graphiques de ces deux fonctions.



1. Résoudre graphiquement les équations suivantes, en décrivant les méthodes :

$$f(x) = 2 \qquad\qquad f(x) = g(x)$$

2. Résolutions algébriques :
   (a) Déterminer les antécédents éventuels (s'il en existe) de -1 par f et de 1 par g.
   (b) Sachant que $x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$, démontrer que $M(x, y) \in \mathcal{P} \cap \mathcal{H}$ si et seulement si

   $$\frac{(x-4)(x^2-2x-1)}{x-3} = 0$$

   On rappelle que $\mathcal{P} \cap \mathcal{H}$ désigne l'intersection des courbes $\mathcal{P}$ et $\mathcal{H}$.
   (c) En déduire les abscisses des points de $\mathcal{P} \cap \mathcal{H}$.
   (d) Déterminer les positions relatives de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{H}$.

III Logique et probabilités

Exercice 1

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier votre réponse.

1. Si A et B sont deux évenements d'un univers Ω, alors $P(A \cup B)$ est toujours supérieur à $P(A \cap B)$.
2. $P(A)$ est toujours supérieur à $P(\bar{A})$.
3. Il est possible d'avoir $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$ et $P(A \cap B) = 0,5$.
4. Deux évenements complémentaires sont incompatibles.
5. Deux évenements incompatibles sont complémentaires.

Exercice 2

Une urne contient 50 jetons indiscernables au toucher numérotés de 1 à 50.
On choisit au hasard un jeton dans l'urne.
On considère les événements suivants :
A : "Le numéro du jeton tiré est inférieur ou égal à 30."
B : "Le numéro du jeton tiré est supérieur ou égal à n." , n étant un entier compris entre 1 et 30.
Déterminer n sachant que $P(A \cap B) = 0,12$.

IV Droites, systèmes et vecteurs

Exercice 1

A tout réel $m \neq 3$, on associe la droite $\mathcal{D}_m$ d'équation $y = \dfrac{2m-1}{m-3}x + \dfrac{-7m+6}{m-3}$.

Déterminer m et donner l'équation de $\mathcal{D}_m$ pour que

1. $\mathcal{D}_m$ passe par $A(1\ ;\ 1)$
2. $\mathcal{D}_m$ passe par l'origine du repère.
3. $\mathcal{D}_m$ soit parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2

1. Résoudre système suivant : $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$ où x et y sont des réels.
2. En déduire les solutions de $\begin{cases} \dfrac{2}{x-1} + 3y = 7 \\ \dfrac{4}{x-1} - 2y = -10 \end{cases}$ On pourra poser $X = \dfrac{1}{x-1}$.

V Algorithmique

Exercice 1

Somme des N premiers naturels

Le programme ci-dessous calcule la somme S des n premiers naturels, c'est à dire :

$$S = 1 + 2 + \cdots + n$$

a) Programmer cet algorithme sur votre calculatrice.

b) Tester votre programme avec les valeurs suivantes de n

- $n = 6$
- $n = 100$
- $n = 250$
- $n = 1210$

Que constatez vous ? Pourquoi ?

```
Nom : SOMME
Variables : N, I, S entiers
Entrées et initialisation
    Lire N
    0 → S
Traitement
    pour I de 1 à N faire
        S + I → S
    fin
Sorties : Afficher S
```

Exercice 2

Proposez un algorithme qui affiche la somme des carrés des k premiers entiers naturels, pour k allant de 1 à N.