TES/L

Mathématiques
Formulaire d'algèbre

Ce formulaire regroupe les règles de calcul qu'un élève doit connaître à la fin de la Seconde.
Chaque règle est repérée par un code que l'on retrouve dans le corrigé.
En effet, chaque étape d'un calcul doit pouvoir être justifiée par l'emploi d'une règle.

<u>Convention d'écriture des résultats</u>

En général, tout résultat numérique doit satisfaire aux conditions suivantes :

- chaque fraction doit être mise sous forme irréductible
- dans l'écriture de $\sqrt{\boldsymbol{a}}$, $\boldsymbol{a}$ est un entier, le plus petit possible
- on évite de laisser une racine carrée au dénominateur d'un quotient

Mathématiques
Formulaire d'algèbre

a, b, c et *d* sont des nombres réels quelconques, non nuls quand ils apparaissent au dénominateur.
n et *p* sont des nombres entiers relatifs quelconques.

1. Egalités

(E1) $\boldsymbol{a = b \Leftrightarrow a + c = b + c}$

(E2) si $\boldsymbol{c \neq 0, \quad a = b \Leftrightarrow ac = bc}$

(E3) $\boldsymbol{si\ a \geq 0,\ et\ a = \sqrt{b} \quad alors\ \ b = a^2}$

(E3bis) $si\ a < 0,\ \ a = \sqrt{b} \quad est\ impossible\ car\ par\ définition\ \ \forall\, x,\ \sqrt{x} \geq 0$

(E4) $\boldsymbol{si\ a \geq 0,\ \ b^2 = a \ \Leftrightarrow b = -\sqrt{a}\ \ ou\ \ b = \sqrt{a}}$

(E4bis) $si\ a < 0,\ \ b^2 = a \quad est\ impossible\ dans\ \mathbb{R}$

2. Opposés

(O1) $-(-\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{a}$

(O2) $-\boldsymbol{ab} = (-\boldsymbol{a})\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}(-\boldsymbol{b})$

(O3) $-(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = -\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$

(O4) $\boldsymbol{\dfrac{-a}{-b} = \dfrac{a}{b}}$

(O5) $\boldsymbol{-\dfrac{a}{b} = \dfrac{-a}{b} = \dfrac{a}{-b}}$

(O6) $(-\boldsymbol{a})(-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{ab}$

3. Signes et ordre

(S1) $\boldsymbol{a < b \ \Rightarrow\ a + c < b + c}$

(S1 bis) $\boldsymbol{a < b \ \Rightarrow\ a - c < b - c}$

(S2) $\boldsymbol{a < b\ \ et\ \ c > 0 \Rightarrow ac < bc}$

(S3) $\boldsymbol{a < b\ \ et\ \ c < 0 \ \Rightarrow\ ac > bc}$

(S4) $\boldsymbol{0 < a < b \ \Rightarrow\ 0 < a^2 < b^2}$

(S5) $\boldsymbol{0 < a < b \ \Rightarrow\ 0 < \sqrt{a} < \sqrt{b}}$

(S6) $\boldsymbol{0 < a < b \ \Rightarrow\ 0 < \dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}}$

(S7) $\boldsymbol{a < b < 0 \ \Rightarrow\ 0 < b^2 < a^2}$

(S8) $\boldsymbol{a < b < 0 \ \Rightarrow\ \dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a} < 0}$

Mathématiques
Formulaire d'algèbre

4. Signe d'une expression affine $ax + b$

(S9) Cas $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		-	0	+	

(S10) Cas $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		+	0	-	

5. Développements et factorisations

(D1) $a(b+c) = ab + ac$

(D2) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(D3) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(D4) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(D5) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

(D6) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

6. Quotients

(Q1) $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$

(Q2) $a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$

(Q3) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

(Q4) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

(Q5) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

(Q6) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longleftrightarrow ad = bc$

(Q7) $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

7. Racines carrées

(R1) $\sqrt{a^2} = |a|$

(R2) $si\ a > 0,\ a = \left(\sqrt{a}\right)^2$

(R3) $si\ a \geq 0, et\ \ b \geq 0 \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

(R4) $si\ a \geq 0, et\ \ b > 0 \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Mathématiques
Formulaire d'algèbre

8. Puissances

a et b sont des nombres réels non nuls

(P1) $\boldsymbol{a^0 = 1}$ **(P2)** $\boldsymbol{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$ (en particulier $\boldsymbol{a^{-1} = \frac{1}{a}}$)

(P3) $\boldsymbol{a^1 = a}$ **(P4)** $\boldsymbol{a^n \times a^p = a^{n+p}}$ **(P5)** $\boldsymbol{\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}}$

(P6) $\boldsymbol{(a^n)^p = a^{np}}$ **(P7)** $\boldsymbol{a^n \times b^n = (a \times b)^n}$ **(P8)** $\boldsymbol{\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$

9. Vecteurs

(V1) **Relation de Chasles (1793 – 1880)** $A, B\ et\ C$ étant trois points quelconques du plan

$$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$$

(V2) $\boldsymbol{\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}}$ **(V3)** $\boldsymbol{a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}}$

(V4) $\boldsymbol{(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}}$ **(V5)** $\boldsymbol{a(b\,\vec{u}) = ab\,\vec{u}}$

(V6) $\boldsymbol{\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} + \vec{w} = \vec{v} + \vec{w}}$ **(V7)** $\boldsymbol{si\ a \neq 0,\ \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow a\vec{u} = a\vec{v}}$