1° **Mathématiques** Pour vendredi 8 septembre 2023

Correction du devoir de rentrée

I Calcul algébrique

Exercice 1

Soient $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$, simplifions les écritures A, B et C :

1. $A = \frac{2^{n+1}}{2} = \frac{2 \times 2^n}{2} = 2^n$
2. $B = (-4)^{60} \times (-0{,}125)^{41} = (-2^2)^{60} \times \left(-\frac{1}{8}\right)^{41} = 2^{120} \times (-2^{-3\times 41}) = -2^{120} \times 2^{-123} = -0{,}125$
3. $C = \frac{(a^2b^3)^2}{(a^{-1}b)^3} = \frac{a^4b^6}{a^{-3}b^3} = a^7b^3$

Exercice 2

Après avoir déterminé l'ensemble de définition, effectuons les calculs des expressions $A, B, C\ et\ D$ où x représente une variable réelle

A est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0;-1\}$ $\quad A = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{x-(x+1)}{x(x+1)} = -\frac{1}{x(x+1)}$

B est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{6\}$ $\quad B = \frac{x}{2x-12} - \frac{3}{x-6} = \frac{x-6}{2(x-6)} = \frac{1}{2}$

C est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ $\quad C = \frac{\frac{5}{x+1}}{\frac{15}{x^2-1}} = \frac{5}{x+1} \times \frac{x^2-1}{15} = \frac{x-1}{3}$

D est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$ $\quad D = \frac{\frac{3x}{x-1}}{x} = \frac{3x}{x-1} \times \frac{1}{x} = \frac{3}{x-1}$

Exercice 3

1. Simplifions au maximum les expressions A et B :

1. $A = \left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}\right)^2 = 4 \times 3 - 12\sqrt{15} + 9 \times 5 = 57 - 12\sqrt{15}$
2. $B = \left(7\sqrt{7} - 5\sqrt{5}\right)\left(-7\sqrt{7} - 5\sqrt{5}\right) = -\left(7\sqrt{7} - 5\sqrt{5}\right)\left(7\sqrt{7} + 5\sqrt{5}\right) = -(49 \times 7 - 25 \times 5)$

   Donc $B = -218$

2. Simplifions les expressions suivantes afin qu'il n'y ait plus de radical au dénominateur

1. $A = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$
2. $B = \frac{1}{5-2\sqrt{2}} = \frac{5+2\sqrt{2}}{(5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})} = \frac{5+2\sqrt{2}}{25-8} = \frac{5+2\sqrt{2}}{17}$
3. $C = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}+1} = \frac{3\sqrt{5}(2\sqrt{5}-1)}{(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)} = \frac{30-3\sqrt{5}}{19}$
4. $D = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}+3\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(5\sqrt{3}-3\sqrt{2})}{(5\sqrt{3}+3\sqrt{2})(5\sqrt{3}-3\sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{6}+15-6-3\sqrt{6}}{75-18} = \frac{9+2\sqrt{6}}{57}$

Exercice 4

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_1) : $2x - 3(x+1) = \frac{1-3x}{2}$ $\qquad (E_1)$ est définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (E_1) si, et seulement si, $2x - 3x - 3 - \frac{1-3x}{2} = 0$

si, et seulement si, $\frac{2(-x-3)}{2} - \frac{1-3x}{2} = 0$

si, et seulement si, $-2x - 6 - (1-3x) = 0$

si, et seulement si, $-2x - 6 - 1 + 3x = 0$

si, et seulement si, $x - 7 = 0$

c'est-à-dire, si, et seulement si, $x = 7$ Donc $\boxed{\mathcal{S} = \{7\}}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_2) : $\frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} = 1 - \frac{7x-12}{6}$ $\qquad (E_2)$ est définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (E_2) si, et seulement si, $x\left(\frac{3}{6} - \frac{8}{6} + \frac{7}{6}\right) = 1 + 2 - \frac{3}{2} - 1$,

c'est-à-dire $x = \frac{3}{2}$ donc $\boxed{\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}}$

Correction du devoir de rentrée

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_3) : $(2x+3)(x+5)-(2x-7)(x-1)=0$

(E_3) est définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (E_3) si, et seulement si,

$$2x^2+10+3x+15-(2x^2-7x-2x+7)=0$$

si, et seulement si, $22x=-8$, c'est-à-dire $x=-\frac{4}{11}$ donc $\boxed{\mathcal{S}=\left\{-\frac{4}{11}\right\}}$

4) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_4) : $\frac{2x-3}{4}+\frac{x-1}{6}=\frac{2x-5}{3}$

(E_4) est définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (E_4) si, et seulement si, $x\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)=-\frac{5}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$, c'est-à-dire $0=-\frac{9}{12}$, impossible

donc $\boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

Exercice 5

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_1) : $\frac{3}{5x+1}=\frac{5}{2}$

(E_1) est définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{5}\right\}$, x est solution de (E_1) si, et seulement si, $6=25x+5$, c'est-à-dire $x=\frac{1}{25}$ donc $\boxed{\mathcal{S}=\left\{\frac{1}{25}\right\}}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_2) : $\frac{2x-7}{2x-3}-1=\frac{2}{x-1}$

(E_2) est définie sur $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3}{2};1\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3}{2};1\right\}$, x est solution de (E_2) ssi $\frac{(2x-7)(x-1)-(2x-3)(x-1)-2(2x-3)}{(2x-3)(x-1)}=0$

ssi $\frac{2x^2-9x+7-2x^2+5x-3-4x+6}{(2x-3)(x-1)}=0$

ssi $\frac{-8x+10}{(2x-3)(x-1)}=0$

ssi $-8x+10=0$, c'est-à-dire $x=\frac{5}{4}$ donc $\boxed{\mathcal{S}=\left\{\frac{5}{4}\right\}}$

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_3) : $\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}=0$

(E_3) est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-1;-2;-3\}$

Soit $x \in \mathbb{R}\backslash\{-1;-2;-3\}$, x est solution de (E_3) si, et seulement si, $\frac{(x+3)+(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)}=0$

si, et seulement si $\frac{2x+4}{(x+1)(x+2)(x+3)}=0$

si, et seulement si $2x+4=0$

si, et seulement si $x=-2$ donc $\boxed{\mathcal{S}=\emptyset}$

Exercice 6

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_1) : $2(3x-1)<7(x-2)$

(I_1) est définie sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (I_1) si, et seulement si, $6x-2-7x+14<0$

si, et seulement si, $-x+12<0$

si, et seulement si, $x>12$ donc $\boxed{\mathcal{S}=]12;+\infty[}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_2) : $3x-1<x(x+3)$ (I_2) est définie sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (I_2) si, et seulement si, $3x-1-x^2-3x<0$

si, et seulement si, $-1-x^2<0$

si, et seulement si, $x^2>-1$

Or un carré est toujours positif donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2>-1$ donc $\boxed{\mathcal{S}=\mathbb{R}}$

1° **Mathématiques** Pour vendredi 8 septembre 2023

Correction du devoir de rentrée

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_3) : $(2-x)(3x+7) \geq 4 - x^2$

(I_3) est définie sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (I_3) si, et seulement si, $(2-x)(3x+7) - (2-x)(2+x) \geq 0$

si, et seulement si, $(2-x)(3x+7-2-x) \geq 0$

si, et seulement si, $(2-x)(2x+5) \geq 0$

Dressons le tableau de signe de $P(x) = (2-x)(2x+5)$

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		2		$+\infty$
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} = [-\frac{5}{2}; 2]}$

4) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_4) : $\frac{3}{1-3x} \geq \frac{2}{1-2x}$

(I_4) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$, x est solution de (I_4) si, et seulement si, $\frac{3}{1-3x} - \frac{2}{1-2x} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{3(1-2x)-2(1-3x)}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{3-6x-2+6x}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{1}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

Dressons le tableau de signe de $A(x) = \frac{1}{(1-3x)(1-2x)}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-3x$		$+$	0	$-$		$-$	
$1-2x$		$+$		$+$	0	$-$	
$A(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} =]-\infty; \frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[}$

5) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_5) : $\frac{2x+5}{1+2x} < \frac{1-2x}{5-2x}$

(I_5) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$, x est solution de (I_4) si, et seulement si, $\frac{1-2x}{5-2x} - \frac{2x+5}{1+2x} > 0$

si, et seulement si, $\frac{(1-2x)(1+2x)-(2x+5)(5-2x)}{(5-2x)(1+2x)} > 0$

si, et seulement si, $\frac{1-4x^2-25+4x^2}{(5-2x)(1+2x)} > 0$

si, et seulement si, $\frac{-24}{(5-2x)(1+2x)} > 0$

Dressons le tableau de signe de $B(x) = \frac{-24}{(5-2x)(1+2x)}$

Correction du devoir de rentrée

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
-24		$-$		$-$		$-$	
$1+2x$		$+$	0	$-$		$-$	
$5-2x$		$-$		$-$	0	$+$	
$B(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

Donc $\boxed{\mathcal{S} =]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[}$

6) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_6) : $|2x-1| \leq |x+2|$

(I_6) est définie sur $\mathbb{R}$

On détermine les valeurs frontières de chaque valeur absolue : $2x-1=0$ soit $x=\frac{1}{2}$ et $x+2=0$ soit $x=-2$

On remplit un tableau de forme :

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$\|2x-1\|$		$-2x+1$	5	$-2x+1$	0	$2x-1$	
$\|x+2\|$		$-x-2$	0	$x+2$	$\frac{5}{2}$	$x+2$	
(I_6)		$-2x+1 \leqslant -x-2$ $x \geqslant 3$ impossible $S_1 = \emptyset$		$-2x+1 \leqslant x+2$ $x \geqslant -\frac{1}{3}$ $S_2 = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$		$2x-1 \leqslant x+2$ $x \leqslant 3$ $S_3 = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$	

D'où $\boxed{\mathcal{S} = \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 \cup \mathcal{S}_3 = [-\frac{1}{3}; 3]}$

II Etudes de fonctions

Exercice 1

Soit f la fonction trinôme ou polynôme du 2nd degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$.

Nous posons $a = -2, b = 4$ et $c = 11$.

1) Déterminons la forme canonique de la fonction f :

   a. 1ère méthode :

$f(x) = -2x^2 + 4x + 11 = -2\left(x^2 - 2x - \frac{11}{2}\right) = -2\left[(x-1)^2 - 1 - \frac{11}{2}\right] = -2\left[(x-1)^2 - \frac{13}{2}\right]$

Ainsi $\boxed{f(x) = -2(x-1)^2 + 13}$

   b. 2ème méthode : $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$. On a $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-4} = 1$ et $\beta = f(\alpha) = 13$.

On sait que $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ Ainsi $\boxed{f(x) = -2(x-1)^2 + 13}$

Nous pouvons déterminer la forme factorisée de f puisque $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $A^2 - B^2$.

$f(x) = 13 - 2(x-1)^2$ Donc $\boxed{f(x) = \left(\sqrt{13} - \sqrt{2}(x-1)\right)\left(\sqrt{13} + \sqrt{2}(x-1)\right)}$

2) Déterminons les variations de f :

Nous savons que $a = -2$ donc $a < 0$ d'où $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de f, admet un maximum en S de coordonnées α et β. $S(1; 13)$.

D'après le cours, une fonction trinôme pour laquelle $a < 0$ admet comme tableau de variation :

Correction du devoir de rentrée

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$ ↗	13	↘ $-\infty$

Sur $]-\infty;1]$ f est croissante et sur $[1;+\infty[$ f est décroissante.

3) Déterminons un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [1;3]$

D'après la question 2), nous savons que sur $[1;3]$ f est décroissante, c'est-à-dire :

$\forall x_1 \in [1;3]$ et $\forall x_1 \in [1;3]$: Si $x_1 \leq x_2$ alors $f(x_1) \geq f(x_2)$

D'où, pour tout $x \in [1;3]$, si $1 \leq x$ alors $f(1) \geq f(x)$ et si $x \leq 3$ alors $f(x) \geq f(3)$

Ainsi, pour tout $x \in [1;3]$, $f(x) \in [f(3);f(1)]$

Or $f(1) = 13$ et $f(3) = 5$

D'où $\boxed{\text{si } x \in [1;3] \text{ alors } f(x) \in [5;13]}$

4) La réciproque de cette affirmation est : si $f(x) \in [5;13]$ alors $x \in [1;3]$.

Or $f(0) = 11$ et $11 \in [5\,;13]$ mais $0 \notin [1\,;3]$ Donc <u>la réciproque est fausse</u>.

<u>Exercice 2</u>

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

1) f est définie sur l'ensemble des valeurs réelles telles que $x - 3 \neq 0$ donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \{3\}$

2) Démontrons que $\forall x \in D_f \quad f(x) = 2 + \frac{1}{x-3}$

Pour tout $x \in D_f$,
$$2 + \frac{1}{x-3} = \frac{2(x-3)}{x-3} + \frac{1}{x-3} = \frac{2x-6+1}{x-3} = \frac{2x-5}{x-3} = f(x)$$

Donc, $\boxed{\forall x \in D_f \quad f(x) = 2 + \frac{1}{x-3}}$

3. Montrons que f est décroissante sur $]-\infty;3[$.

Soit $x_1 \in]-\infty;3[$ Soit $x_2 \in]-\infty;3[$ tels que $x_1 < x_2$. On a $f(x_1) = 2 + \frac{1}{x_1-3}$ et $f(x_2) = 2 + \frac{1}{x_2-3}$

On a $x_1 < x_2 < 3$

D'où $x_1 - 3 < x_2 - 3 < 0$

D'où $\frac{1}{x_1-3} > \frac{1}{x_2-3}$ (<0) *(par stricte décroissance de la fonction inverse sur $\mathbb{R}_-^*$)*

D'où $\frac{1}{x_1-3} + 2 > \frac{1}{x_2-3} + 2$

C'est-à-dire $f(x_1) > f(x_2)$

Ainsi, pour $x_1 \in]-\infty\,;3[$ et $x_2 \in]-\infty\,;3[$, si $x_1 < x_2$ alors $f(x_1) > f(x_2)$ La fonction f est donc strictement décroissante sur $]-\infty;3[$

La fonction f est une fonction homographique, elle a le même sens de variation sur l'intervalle $]-\infty;3[$ et sur l'intervalle $]3;+\infty[$

<u>Donc la fonction f est également strictement décroissante sur $]3;+\infty[$.</u>

Mathématiques
Correction du devoir de rentrée

III Droites, systèmes et vecteurs

Exercice 1

1) Résolvons le système (S): $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$ où x et y sont des réels

$(x; y)$ solution de (S) si, et seulement si $\begin{cases} -4x - 6y = -14 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$ $(L_1 \leftarrow -2L_1)$

si, et seulement si, $\begin{cases} -8y = -24 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$ $(L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$

si, et seulement si, $\begin{cases} y = 3 \\ 4x = -10 + 2y \end{cases}$

si, et seulement si, $\begin{cases} y = 3 \\ x = \frac{1}{4}(-10+6) = -1 \end{cases}$ donc $\boxed{\mathcal{S} = \{(-1; 3)\}}$

2) Déduisons-en les solutions du système (S'): $\begin{cases} \frac{2}{x-1} + 3y = 7 \\ \frac{4}{x-1} - 2y = -10 \end{cases}$. (S') est défini si $x \neq 1$ et $y \in \mathbb{R}$.

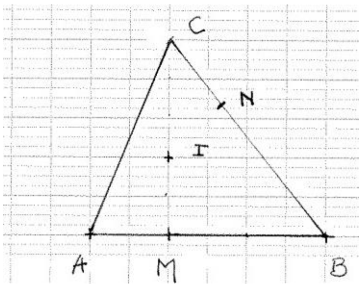
On pose $X = \frac{1}{x-1}$. D'après la question précédente, on trouve $\frac{1}{x-1} = -1$ donc $x = 0$. D' où $\boxed{\mathcal{S} = \{(0; 3)\}}$

Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati. On considère les points M, N et I définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CM} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

1)



2) Exprimons $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

On sait que $\overrightarrow{CI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CM}$ d'où

$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\left(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}\right)$ donc

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Donc $\boxed{\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}}$

3) Exprimons $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

On sait que $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ d'où $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$ donc $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Donc $\boxed{\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$

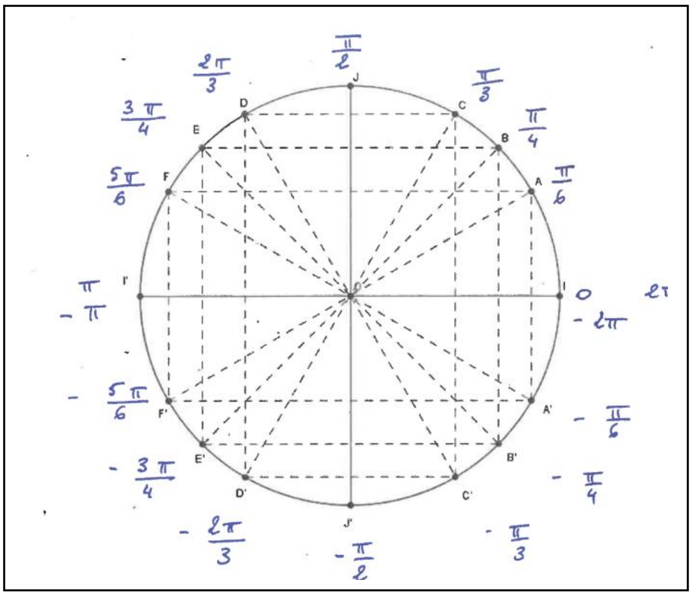
4) Déduisons-en que les points A, I, N sont alignés.

De ce qui précède, on remarque $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AN}$ donc par définition, $\boxed{\text{les points } A, I, N \text{ sont alignés.}}$

IV Trigonométrie

1. Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, voici les points correspondant aux réels suivants :

$0, -\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{6}, -\pi, -2\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi,$



Correction du devoir de rentrée

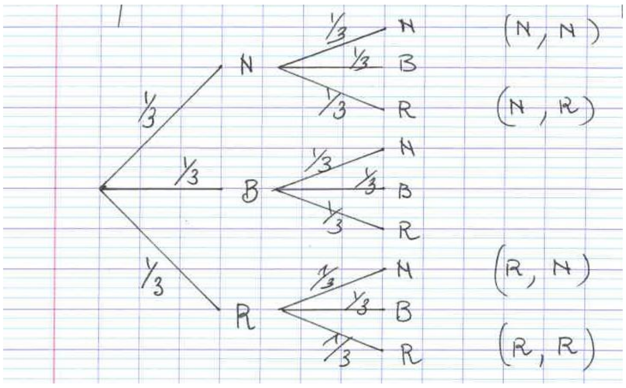
2. Le tableau complété :

Angle α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	2π
sin (α)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
cos (α)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	1

V Probabilités

Exercice 1 L'urne contient 3 boules, une noire, une blanche et une rouge.

1. Représentation de la situation par un arbre pondéré :



2. La probabilité de ne piocher aucune boule blanche (événement A) vaut :
$p(A) = p(N,N) + p(N,R) + p(R,N) + p(R,R) = 4 \times \frac{1}{9}$ donc $\boxed{p(A) = \frac{4}{9}}$
3. La probabilité de piocher au moins boule blanche (événement M) vaut :
$p(M) = 1 - p(A) = 1 - \frac{4}{9}$ donc $\boxed{p(M) = \frac{5}{9}}$
4. La probabilité de piocher deux boules de même couleur (événement D) vaut :
$p(D) = p(N,N) + p(B,B) + p(R,R) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}$ donc $\boxed{p(D) = \frac{1}{3}}$

Exercice 2

1. Complétons le tableau

	Femmes	Hommes	Total
Moins de 25 ans	75	54	129
Entre 25 et 40 ans	171	170	341
Entre 40 et 60 ans	310	270	580
Plus de 60 ans	284	166	450
Total	840	660	1 500

2. Déterminons les probabilités demandées :

$p(A) = \frac{75}{1500} = 0{,}05$ $p(B) = \frac{166}{1500} \simeq 0{,}11$ $p(C) = \frac{341}{1500} \simeq 0{,}23$

$p(D) = \frac{171+310}{1500} = \frac{481}{1500} \simeq 0{,}32$ $p(E) = \frac{660-166}{1500} = \frac{494}{1500} \simeq 0{,}33$ $p(F) = \frac{840}{1500} = 0{,}56$