

Chères futures et chers futurs élèves de 1^{ère} Spécialité Maths,

Ce devoir de rentrée a pour objectif de vous permettre de revoir les points clés du programme de 2^{nde}.

Toutes ces notions seront intégrées au DS de Première de mi-septembre.

Les notions de 2^{nde}, mal assimilées, sont à revoir davantage.

Ce travail sera noté en fonction de la rigueur avec laquelle vous aurez suivi la méthode demandée. Il est à rendre le jour de la rentrée, le vendredi 8 septembre 2023.

Nous vous conseillons de traiter ces exercices dans les 15 jours qui précèdent votre retraite, c'est-à-dire à partir du 16 août, si cela vous est possible.

Voici **la méthode de travail** :

1. Avoir son cours de 2^{nde} avec soi et s'y replonger si besoin,
2. Relire les fiches ou résumés de cours,
3. Relire le formulaire de calcul algébrique,
4. Lire et appliquer les consignes de rédaction.
5. Traiter les exercices du devoir, un par un, sur copie double SANS utiliser le corrigé,
6. Corriger avec soin les exercices : les traces de correction doivent apparaître OBLIGATOIREMENT,
7. Refaire les exercices qui vous ont semblé difficiles.

En cas de besoin, nos adresses électroniques sont

valerie@couraud.fr , ac.janicot@gmail.com et lebihan.famille@gmail.com .

Nous vous souhaitons de belles vacances, en attendant la joie de vous accueillir.

Valérie Couraud, Cécile Janicot et Isabelle Le Bihan

I Calcul algébrique

Exercice 1

Soient $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$ simplifiez les écritures suivantes :

$$A = \frac{2^{n+1}}{2} \qquad B = (-4)^{60} \times (-0,125)^{41} \qquad C = \frac{(a^2b^3)^2}{(a^{-1}b)^3}$$

Exercice 2

Après avoir déterminé l'ensemble de définition, effectuez les calculs des expressions A, B, C et D où x représente une variable réelle

$$A = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \qquad B = \frac{x}{2x-12} - \frac{3}{x-6} \qquad C = \frac{\frac{5}{x+1}}{\frac{15}{x^2-1}} \qquad D = \frac{\frac{3x}{x-1}}{x}$$

Exercice 3

1. Simplifiez au maximum les expressions suivantes :

$$A = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 \qquad B = (7\sqrt{7} - 5\sqrt{5})(-7\sqrt{7} - 5\sqrt{5})$$

2. Simplifiez les expressions suivantes afin qu'il n'y ait plus de radical au dénominateur

$$A = \frac{1}{2\sqrt{3}} \qquad B = \frac{1}{5-2\sqrt{2}} \qquad C = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}+1} \qquad D = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$$

Exercice 4

Résolvez dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1) \quad & 2x - 3(x+1) = \frac{1-3x}{2} \\ 2) \quad & \frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} = 1 - \frac{7x-12}{6} \\ 3) \quad & (2x+3)(x+5) - (2x-7)(x-1) = 0 \\ 4) \quad & \frac{2x-3}{4} + \frac{x-1}{6} = \frac{2x-5}{3} \end{aligned}$$

Exercice 5

Après avoir précisé le domaine de définition, résolvez dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 1) \quad & \frac{3}{5x+1} = \frac{5}{2} \\ 2) \quad & \frac{2x-7}{2x-3} - 1 = \frac{2}{x-1} \\ 3) \quad & \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = 0 \end{aligned}$$

Exercice 6

Résolvez dans \mathbb{R} les inéquations suivantes et donnez l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle :

1) $2(3x - 1) < 7(x - 2)$

2) $3x - 1 < x(x + 3)$

3) $(2 - x)(3x + 7) \geq 4 - x^2$

4) $\frac{3}{1-3x} \geq \frac{2}{1-2x}$

5) $\frac{2x+5}{1+2x} < \frac{1-2x}{5-2x}$

6) $|2x - 1| \leq |x + 2|$

II Etudes de fonctions**Exercice 1**

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$

1. Déterminer la forme canonique de f et sa forme factorisée si elle existe
2. Déterminer les variations de f , puis donner son tableau de variations.
3. Montrer que si $x \in [1 ; 3]$ alors $f(x) \in [5 ; 13]$.
4. La réciproque est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x - 5}{x - 3}$.

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Démontrer que, dans cet ensemble, $f(x) = 2 + \frac{1}{x - 3}$.
3. Démontrer que la fonction f est strictement décroissante sur $] -\infty ; 3[$ par la méthode des encadrements successifs. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $]3 ; +\infty[$.

III Droites, systèmes et vecteurs**Exercice 1**

1. Résoudre le système (S) suivant où x et y sont des réels $(S) : \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$

2. En déduire les solutions du système (S') où $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et $y \in \mathbb{R}$

$$(S') : \begin{cases} \frac{2}{x-1} + 3y = 7 \\ \frac{4}{x-1} - 2y = -10 \end{cases} \quad \text{on pourra poser le changement de variable suivant } X = \frac{1}{x-1}$$

Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati. On considère les points M , N et I définis par :

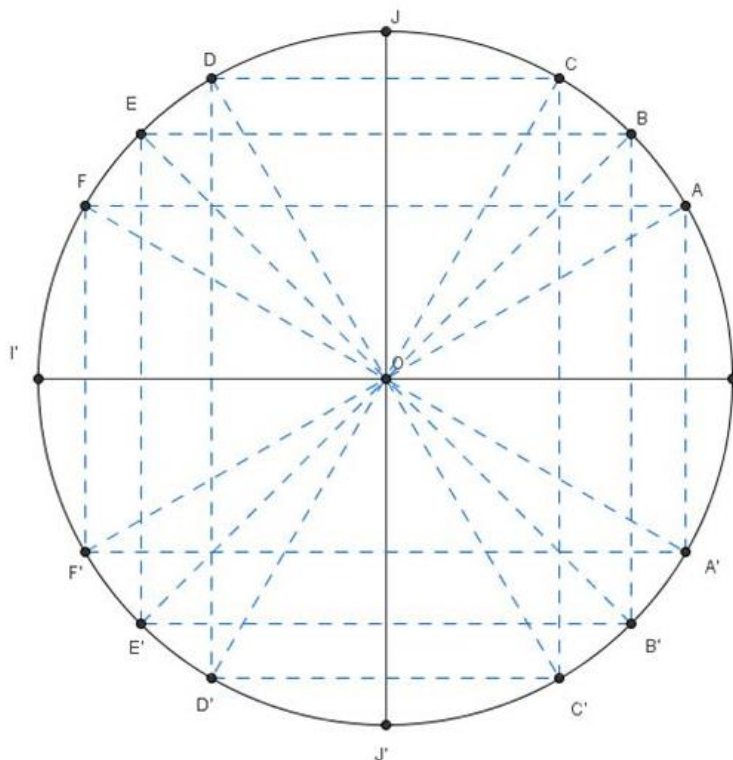
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad ; \quad \overrightarrow{CI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CM} \quad ; \quad \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

1. Faire une figure.
2. Déterminer l'expression de \overrightarrow{AI} en fonction de \overrightarrow{AB} et de \overrightarrow{AC} , en utilisant la relation de Chasles.
3. Montrer que $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
4. Que peut-on dire des points A , I et N ? Justifier votre réponse.

IV Trigonométrie

1. Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, indiquez les points correspondant aux réels suivants :

$$0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{6}, -\pi, -2\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi,$$



2. Complétez le tableau suivant :

Angle α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	2π
$\sin(\alpha)$									
$\cos(\alpha)$									

V Probabilités**Exercice 1**

Une urne contient 3 boules, une noire, une blanche et une rouge. On tire une boule au hasard. On note sa couleur, on la remet dans l'urne puis on tire de nouveau au hasard une boule dont on note la couleur. On représente un tirage par un couple dont le premier élément est la première boule tirée et le second élément, la deuxième boule tirée.

Les probabilités seront exprimées à l'aide de fractions irréductibles puis arrondies au centième.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité de ne piocher aucune boule blanche?
3. Quelle est la probabilité de piocher au moins une boule blanche?
4. Quelle est la probabilité de piocher deux boules de même couleur?

Exercice 2

La direction d'une salle de spectacle fait une enquête sur les personnes qui assistent aux spectacles. Au cours des six derniers mois, on a relevé les données suivantes :

	Femmes	Hommes	Total
Moins de 25 ans	75		129
Entre 25 et 40 ans			
Entre 40 et 60 ans		270	580
Plus de 60 ans	284		450
Total	840		1 500

1. Compléter le tableau.
2. Une personne se présente pour assister au nouveau spectacle.
Déterminer la probabilité des événements suivants :
 - A : "La personne est une femme de moins de 25 ans";
 - B : "La personne est un homme de plus de 60 ans";
 - C : "La personne a entre 25 et 40 ans";
 - D : "La personne est une femme qui a entre 25 et 60 ans";
 - E : "La personne est un homme de moins de 60 ans";
 - F : "La personne est une femme".